قسم العلوم التجارية

السنة الثانية علوم تجارية

التصحيح النموذجي لموضوع امتحان هفتياس "الاحصاء 03" + سلم التنقيط

التمرين الأول: (10 ن)

	التوزيع الاحتمالي	قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X	$E(X)$	$V(X)$
أ)	ثنائي الحدين $X \sim B(n;p)$ (0,5)	$P(X=k)=\begin{cases} C_n^k p^k q^{n-k} & k=0,1,2,\dots,n \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$ (0,5)	np (0,5)	npq (0,5)
ب)	فوق الهندسي $X \sim H(N;m;p)$ (0,5)	$P(X=x)=\dfrac{C_m^x \, C_{N-m}^{n-x}}{C_N^n}$ (0,5)	$\dfrac{nm}{N}$ (0,5)	$npq\left(\dfrac{N-n}{N-1}\right)$ (0,5)
ت	بواسون $X \sim P(\lambda)$ (0,5)	$P(X=x)=\begin{cases} e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!} & x=0,1,2,3\dots\infty \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$ (0,5)	λ (0,5)	λ (0,5)
ث	الهندسي $X \sim G(P)$ (0,5)	$P(X=x)=\begin{cases} P\,q^{k-1} & k=1;2;3\dots\infty \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$ (0,5)	$\dfrac{1}{P}$ (0,5)	$\dfrac{q}{P^2}$ (0,5)
ج	برنولي $X \sim B(P)$ (0,5)	$P(X=x)=\begin{cases} P & x=1 \\ 1-P & x=0 \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$ (0,5)	P (0,5)	pq (0,5)

التمرين الثاني : (05ن)

① قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X :

نتيجة الفحص الطبي لعينة عشوائية حجمها 1000 شخص لها احتمالان:

الاحتمال الأول ← الاصابة بالمرض ← احتمال النجاح p

" الثاني ← عدم الاصابة بالمرض ← احتمال الفشل $q = 1 - p$

المحاولة مكررة 1000 مستقلة كما أن المتغير العشوائي x يمثل عدد المصابين بهذا المرض (عدد مرات النجاح) إذن المتغير العشوائي x يتبع توزيع ذي الحدين (التوزيع ثنائي الحدين) بالوسيطين $n = 1000$ و $p = 0,003$ ونرمز $X \sim B(n;p)$

أي $X \sim B(1000 ; 0,003)$

وعندما يكون احتمال نجاح المحاولة p صغير جداً يقترب من الصفر وعدد المحاولات n كبير جداً فإن $\lim_{p \to 0} (np) = \lambda$ وبالتالي نقوم بتقريب توزيع ذو الحدين لتوزيع بواسون لحساب الاحتمالات

$$X \sim B(n;p) \approx P(\lambda = np)$$

① $X \sim B(1000 ; 0,003) \approx P(3 = 1000 \times 0,003)$

وعليه قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x يكون من الشكل:

$$P(X = x) = \begin{cases} e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!} & x = 0, 1, 2, 3, \ldots 1000 \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$P(X = x) = \begin{cases} e^{-3} \cdot \frac{3^x}{x!} & x = 0, 1, 2, 3, \ldots 1000 \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

①

② حساب احتمال أربعة أشخاص :

$$P(X=4) = e^{-3} \cdot \frac{3^4}{4!} = 0,16875 \quad ①$$; $e = 2,718$

③ حساب احتمال أن لا يزيد عدد الاصابات عن إصابتين فقط :

$$P(X \leq 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = e^{-3}\left(\frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!}\right) = 0,425$$ ①

⑤ استنتاج قيمة التوقع والتباين

$$E(X) = \lambda = 3 \quad (0,5)$$

$$V(X) = \lambda = 3 \quad (0,5)$$

التمرين الثالث (5ن)

X : متغير عشوائي يمثل مستوى الهيموجلوبين في الدم.

X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu = 11$ وانحراف معياري $\sigma = 0,5$

$$X \sim N(11 ; (0,5)^2)$$

① دالة الكثافة الاحتمالية لمستوى الهيموجلوبين في الدم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\} & \dots -\infty \leq x \leq +\infty \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

① $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{0,5\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-11}{0,5}\right)^2\right\} & \dots -\infty \leq x \leq +\infty \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

② حساب احتمال أن يكون مستوى الهيموجلوبين في الدم أقل من 12 غ/دل:

$$P(X < 12) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{12-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{X-11}{0,5} < \frac{12-11}{0,5}\right)$$

$$= P(Z < 2) = 0,97725 \quad ①$$

③ حساب نسبة الأطفال الذين مستوى الهيموجلوبين لديهم أكبر من 10 غ/دل

① $$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{10-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= 1 - P\left(Z < \frac{10-11}{0,5}\right) = 1 - P(Z < -2) = 1 - 0,02275 = 0,97725$$

وعليه نسبة الأطفال الذين لديهم مستوى هيموجلوبين أكبر من 10 غ/دل هي $\%97,725$ (0,5)

④ حساب نسبة الأطفال الذين لديهم مستوى هيموجلوبين في الدم يتراوح بين 10 غ/دل و 12 غ/دل

$$P(10 \leq X \leq 12) = P\left(\frac{10-\mu}{\sigma} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{12-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= P\left(\frac{10-11}{0,5} \leq Z \leq \frac{12-11}{0,5}\right) = P(-2 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2) = \Phi(2) - \Phi(-2) = 0,97725 - 0,02275$$

$$= 0,9545 \quad ①$$

$$= 95,45\% \quad (0,5)$$

انتهى